

آزمایش 7: لختی دورانی

تئوری آزمایش:

لختی دورانی در واقع مقاومت جسم است در مقابل گشتاور وارد بر جسم برای تغییر حرکت دورانی. این کمیت در واقع همان نقش جرم در حرکت انتقالی را بر عهده دارد. در نوسانات دورانی دوره نوسان به لختی دورانی بستگی دارد و عبارت است از:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (1)$$

که در آن J لختی دورانی و D گشتاور بازگرداننده فنر است. لختی دورانی یک جرم نقطه ای m که بر روی یک مسیر دایره ای به شعاع r حرکت میکند عبارت است از:

$$J_1 = mr^2 \quad (2)$$

لختی دورانی دو جسم یکسان صلب که به فاصله یکسانی از محور دوران قرار گرفته اند برابر است با:

$$J_2 = 2mr^2 \quad (3)$$

برای اجسامی با توزیع پیوسته جرم، جمع بندی تبدیل به انتگرال گیری خواهد شد. اگر توزیع جرم همگن باشد، خواهیم داشت:

$$J = M \cdot \frac{1}{V} \cdot \int_V r^2 \cdot dV$$

که در آن M جرم کل، V حجم کل و r فاصله المان dV از محور دوران است.

محاسبه انتگرال برای اجسام متقارن که حول محور تقارن دوران میکنند ساده تر است. ساده ترین حالت مربوط به استوانه توخالی به شعاع R است. چون المان ها فاصله یکسانی از محور دوران دارند، لختی دورانی برای یک استوانه توخالی برابر خواهد بود با:

$$J_{\text{استوانه توخالی}} = M \cdot R^2$$

به همین ترتیب با استفاده از انتگرال گیری، برای لختی دورانی استوانه توپر، کره و دیسک داریم:

$$J_{کره} = \frac{2}{5} MR^2 J_{دیسک} = \frac{1}{2} MR^2 J_{استوانه توپر} = \frac{1}{2} MR^2$$

بنابراین اگر جرم و ابعاد جسمهای مختلف یکسان انتخاب شوند، لختی دورانی به شکل هندسی جسم بستگی خواهد داشت. با توجه به رابطه (1)، لختی دورانی را میتوان از دوره نوسانات حول یک محور پیچشی به دست آورد. محور پیچشی در واقع میله ای است که به فنری متصل است و بر روی یک پایه سوار شده است. سیستم وادار به نوسان هم آهنگ میشود. اگر گشتاور بازگرداننده D برای فنر را داشته باشیم لختی دورانی جسم مورد آزمایش با توجه به مقدار دوره نوسان از رابطه زیر بدست می آید:

$$J = D \cdot \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (4)$$

در مرحله اول آزمایش دو جسم مطابق شکل 1 توسط میله نازکی به هم متصل هستند.



شکل 1

بعد از خارج کردن سیستم از حال تعادل این سیستم با دوره نوسان T شروع به نوسان میکند. از رابطه 1 داریم:

اما لختی دورانی شامل لختی دورانی دو جرم (J_2) و لختی دورانی میله میباشد:

$$J = 2mr^2 + J_D \quad (6)$$

$$D \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 2mr^2 + D \cdot \left(\frac{T_d}{2\pi}\right)^2 \quad (7)$$

و داریم:

$$T^2 = \frac{8m\pi^2}{D} r^2 + T_d^2 \quad (8)$$

بنابراین رابطه ای خطی بین مربع دوره نوسان و مربع فاصله برقرار است. شیب این خط عبارت است از:

$$a = \frac{8m\pi^2}{D} \quad (8)$$

اگر جرم m معین باشد، گشتاور بازگرداننده قابل تعیین است. پس با اندازه گیری جرم m توسط ترازو و نیز معلوم بودن a به راحتی می توان گشتاور بازگرداننده فنر D را محاسبه کرد.

شرح آزمایش:

مرحله اول: میله را بر روی محور پیچشی سوار کرده و جرمها را به طور متقارن در فاصله 30cm از محور قرار دهید. میله را از محل تعادل به اندازه 180° درجه بچرخانید و رها کنید.

- زمان 5 نوسان کامل میله حول وضعیت تعادل را با استفاده از کروномتر اندازه گیری کنید.
- آزمایش را 5 بار تکرار کنید و نهایتاً میانگین $5T$ را بدست آورید ($\overline{5T}$).
- مقدار میانگین دوره تناوب را از این رابطه بدست آورید: $T = \frac{\overline{5T}}{5}$
- همه مراحل فوق را برای فاصله های $25\text{cm}, 20\text{cm}, 15\text{cm}, 10\text{cm}, 5\text{cm}$ تکرار کنید.
- حال وزنه ها را خارج کرده و میله را به تنهایی به اندازه 180° درجه از حالت تعادل خارج کرده و رها کنید و مدت زمان لازم برای 5 نوسان کامل را با کروномتر اندازه گیری کنید. (T_d)
- جدول (1) را با نتایج بدست آمده کامل کنید.

$r(\text{cm})$	r^2	$5T$					$\overline{5T}$	T	T^2
30									
25									
20									
15									

10										
5										

با توجه به مقادیر بدست آمده در جدول 1 میتوانید نمودار T^2 بر حسب r^2 را توسط رگرسیون خطی رسم کنید. شیب خط را تعیین کرده و گشتاور بازگرداننده (D) را با استفاده از رابطه (8) بدست آورید. مرحله دوم: در این مرحله کره، استوانه توپر، استوانه توخالی و دیسک را روی پایه دستگاه قرار دهید.



- کره را بر روی محور پیچشی سوار کنید و محل وضعیت تعادل را بر روی میز مشخص کنید.
- کره را به اندازه 180° درجه بچرخانید و رها کنید.
- زمان 5 بار نوسان کامل کرده را توسط زمان سنج بدست آورید.
- دوره نوسان را محاسبه کنید.
- به جای کره دیسک را قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید.
- حال به جای دیسک صفحه نگه دارنده را قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید.
- آزمایش را با استوانه توپر و توخالی با سوار کردن آنها بر روی صفحه نگه دارنده نیز تکرار کنید.
- نتایج را در جدول 2 وارد کنید.

جسم	$M(kg)$	$R(m)$	$5T(S)$	$T(S)$
کره توپر				
دیسک				
استوانه توپر				
استوانه تو خالی				
صفحه نگه دارنده				

توجه کنید که برای اینکه لختی دورانی استوانه تو پر را بدست آورید باید از لختی دورانی مجموعه (استوانه توپر + صفحه نگه دارنده) ، لختی دورانی صفحه نگه دارنده را کم کنید تا لختی دورانی استوانه توپر به تنهایی بدست آید. در مورد استوانه تو خالی نیز به همین ترتیب عمل کنید.

حال با توجه به مقادیر بدست آمده برای دوره نوسان در جدول 2 و هم چنین مقدار عددی گشتاور بازگرداننده فنر $D=0.023Nm/rad$ مقدار لختی دورانی را برای تک تک اجسام گفته شده با استفاده از رابطه (1) به دست آورید. نتایج را در جدول 3 یادداشت کنید.

جسم	J	J
کره توپر		
دیسک		
استوانه توپر		
استوانه تو خالی		

جدول (3)

خواسته ها:

مقادیر بدست آمده برای لختی را در دو حالت تجربی و نظری با هم مقایسه کنید.

خطای نسبی گشتاور بازگرداننده فنر D را بدست آورید.