

آزمایش 5: تحقیق اصل بقاء اندازه حرکت خطی در برخورد کشسان دو جسم

تئوری آزمایش:

اندازه حرکت خطی $\vec{p} = m\vec{v}$ جسمی که به آن نیروی خارجی وارد نشود ثابت باقی می ماند. زیرا:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad d\vec{p} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \text{مقدار ثابت}$$

تعریف برخورد کشسان (الاستیک): برخوردی است که در آن انرژی جنبشی و تکانه (اندازه حرکت خطی) پایسته باشد. یعنی مجموع انرژی جنبشی اجسام قبل از برخورد با مجموع انرژی جنبشی آنها پس از برخورد مساوی باشد.

از طرفی مجموع اندازه حرکت خطی دو جسم قبل از برخورد مساوی است با مجموع اندازه حرکت خطی آنها بعد از برخورد به شرطی که هیچ نیروی خارجی بر آنها وارد نشود.

هرگاه گلوله ای سخت به جرم m_1 و با سرعت v_1 در امتدادی حرکت کند و با گلوله سخت دیگری به جرم m_2 و با سرعت v_2 که در همان امتداد در حرکت است (با فرض $v_1 > v_2$) برخورد انجام دهد به گونه ای که امتداد حرکت قبل از برخورد و بعد از برخورد ثابت باقی بماند و سرعتهای دو گلوله را بعد از برخورد به ترتیب با v'_1 و v'_2 نشان دهیم طبق اصل بقاء اندازه حرکت خطی می توان نوشت:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \text{رابطه (1)}$$

حال اگر حالت خاصی را در نظر بگیریم که در آن گلوله دوم در ابتدا ساکن باشد ($v_2 = 0$) در این صورت رابطه (1) به صورت زیر در می آید:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \text{رابطه (2)}$$

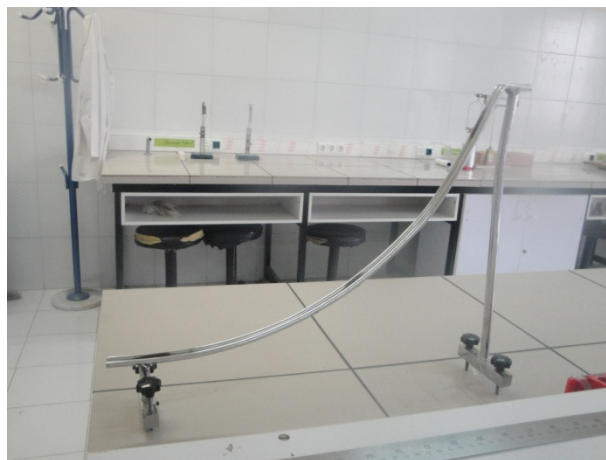
برای تحقیق اصل بقاء اندازه حرکت خطی در برخورد کشسان دو جسم باید رابطه (1) را تحقیق کنید. یعنی ابتدا کمیت طرف چپ تساوی یعنی $(m_1 v_1 + m_2 v_2)$ و سپس کمیت طرف راست تساوی یعنی $(m_1 v'_1 + m_2 v'_2)$ را بدست آورید. در نهایت تساوی این دو کمیت را تحقیق کنید. جرمهای m_1 و m_2 را به راحتی می توان با یک ترازو اندازه گرفت، اما برای تعیین v_1 و v_2 و v'_1 و v'_2 می توان برخورد دو جسم را در انتهای یک سطح شیبدار که در ارتفاع خاصی از سطح زمین در وضعیت ثابتی قرار گرفته است در نظر گرفت. دلیل استفاده از سطح شیبدار این است که وقتی جسمی را از بالای آن رها می کنیم موقعی که به پایین

سطح شیبدار می رسد سرعت معینی دارد که این سرعت را می توان از طریق حرکت پرتابه ای که بعد از جدا شدن از سطح شیبدار انجام می دهد اندازه گیری کرد. زیرا سرعت جسم در پایین سطح شیبدار و موقع جدا شدن از آن مساوی است با سرعت اولیه همان جسم در حرکت پرتابی. و این سرعت را می توان از طریق اندازه گیری ارتفاع H و برد R پرتابه در حرکت پرتابی به طریق زیر تعیین نمود. اگر سطح شیبدار را در وضعیتی تنظیم کنید که قسمت پایین آن کاملاً موازی با سطح افقی زمین باشد، در این صورت $\theta = 0$ بوده و حرکت به صورت پرتابی افقی می باشد و چون معادله مسیر در پرتاب افقی به صورت: $y = \frac{g}{2v_0^2} \cdot R^2$ است و با ملاحظه این که $x=R$ و $y=H$ ، میتوان v_0 یعنی سرعت جسم در پایین سطح شیبدار (یا سرعت اولیه حرکت پرتابی افقی) را از رابطه فوق به این صورت بدست آورد:

پارامتر v_0 در این حالت سرعت اولیه گلوله اول در هنگام برخورد با گلوله دوم است.

$$H = \frac{g}{2v_0^2} \cdot R^2 \rightarrow v_0 = R \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

حال اگر گلوله با جرم m_2 را در انتهای سطح شیبدار به صورت ساکن قرار دهید (که در این صورت $v_2=0$ است) و جرم m_1 را از بالای سطح شیبدار رها کنید در این صورت جرم m_1 در پایین سطح شیبدار موقع رسیدن به جرم m_2 و قبل از برخورد با آن دارای سرعت v_1 است بعد از برخورد با جرم m_2 سرعت جرم m_1 در پایین سطح شیبدار مساوی با v'_1 و سرعت جرم m_2 در پایین سطح شیبدار مساوی با v'_2 می شود. چون برخورد در پایین سطح شیبدار صورت گرفته بنابراین منظور از (v_2, v_1) و (v'_2, v'_1) عبارت است از سرعتهای این دو گلوله در پایین سطح شیبدار درست در لحظه قبل از برخورد و در لحظه بعد از برخورد.



روش انجام آزمایش:

گلوله ای را که جرم بیشتری دارد m_1 و گلوله ای را که جرم کمتری دارد m_2 در نظر بگیرید. مقدار این دو جرم را از طریق ترازو اندازه بگیرید. سطح شیبدار مورب را طوری روی میز قرار دهید که انتهای آن کاملاً افقی بوده و لبه انتهایی آن با لبه عمودی میز دقیقاً در یک راستای عمودی واقع شود. یک صفحه بزرگ کاغذ بر روی سطح زمین و در زیر میز پهن کرده و با چسب به زمین بچسبانید.

به کمک شاقول (یا خط کش) انتهای سطح شیبدار و لبه عمودی میز را بر روی کاغذ مشخص کنید تا از آن به عنوان مبدأ برای اندازه گیری برد گلوله ها استفاده کنید. ارتفاع لبه انتهایی سطح شیبدار تا زمین را با خط کش اندازه گیری کنید و آن را H بنامید. گلوله با جرم m_1 به تنهایی از بالای سطح شیبدار رها کنید (نه اینکه هل دهید) در محدوده ای که گلوله با زمین برخورد می کند یک کاغذ دیگر به زمین بچسبانید و بر روی آن کاربن بگذارید تا اثر برخورد گلوله را با زمین بر روی کاغذ نشان دهد. گلوله m_1 را حداقل 6 بار از بالای سطح شیبدار رها کنید و هر بار برد آن را با خط کش اندازه بگیرید. \bar{R}_1 را محاسبه کنید. با مشخص شدن \bar{R}_1 میتوان \bar{v}_1 را از رابطه: $\bar{v}_1 = \bar{R}_1 \sqrt{\frac{g}{2H}}$ محاسبه کرد.

\bar{v}_1 : سرعت اولیه گلوله m_1 قبل از برخورد با گلوله m_2

در قسمت بعد آزمایش گلوله کروی m_2 را در انتهای سطح شیبدار طوری قرار دهید که مرکز این گلوله کروی با مبدأ اندازه گیری برد گلوله ها (که بر روی کاغذی که قبلاً در کف آزمایشگاه گذاشته اید) در یک راستای عمودی واقع شود. سپس گلوله m_1 را از بالای سطح شیبدار رها کنید تا با گلوله m_2 برخورد کرده و هر دو به کف زمین برخورد کنند. در محدوده ای که این دو گلوله با زمین برخورد میکنند دو کاغذ به زمین چسبانده و بر روی آنها کاربن بگذارید. گلوله m_1 را حداقل 6 بار دیگر رها کنید تا با m_2 برخورد کند و بعد از برخورد با همدیگر با کف زمین برخورد کرده و اثر برخورد آنها با زمین بر روی کاغذها مشخص شود و هر بار \bar{R}_1 و \bar{R}_2 را با خط کش اندازه گرفته \bar{R}_1 و \bar{R}_2 را محاسبه کنید. و از آنجا $\bar{v}_1 = \bar{R}_1 \sqrt{\frac{g}{2H}}$ و $\bar{v}_2 = \bar{R}_2 \sqrt{\frac{g}{2H}}$ را محاسبه کنید.

حال درستی رابطه (1) را تحقیق کنید.

از طرف دیگر چون:

$$\dot{v}_2 = \dot{R}_2 \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad \text{و} \quad \dot{v}_1 = \dot{R}_1 \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad \text{و} \quad v_2 = 0 \quad \text{و} \quad v_1 = R_1 \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

بنابراین با جایگذاری این روابط در رابطه (1) داریم:

$$m_1(R_1 \sqrt{\frac{g}{2H}}) + 0 = m_1(\dot{R}_1 \sqrt{\frac{g}{2H}}) + m_2(\dot{R}_2 \sqrt{\frac{g}{2H}})$$

$$m_1 R_1 = m_1 \dot{R}_1 + m_2 \dot{R}_2 \quad \text{رابطه (3)}$$

بنابراین برای راحتی می توانید بجای تحقیق رابطه (1)، رابطه (3) را تحقیق کنید.

اگر این دو کمیت با هم دقیقاً مساوی نشوند، خطاهایی را که باعث عدم تساوی این دو کمیت شده است نام ببرید. همچنین خطای نسبی در محاسبه بردهای میانگین را محاسبه نموده و بنویسید.

در قسمت بعد آزمایش یک بار m_1 و m_2 را مجهول فرض کنید. در این صورت با معلوم بودن \bar{R}_1 و \bar{R}_2 و \bar{R}_1 میتوانید نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ را از رابطه $m_1 R_1 = m_1 \bar{R}_1 + m_2 \bar{R}_2$ به دست آورید. چون نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ را با ترازو نیز می توانید تعیین کنید، بنابراین $\Delta\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$ را از رابطه زیر محاسبه نمایید:

$$\Delta\left(\frac{m_1}{m_2}\right) = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)_{\text{رابطه}} - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)_{\text{ترازو}}$$

مجموع انرژی جنبشی دو جسم فوق به جرمهای m_1 و m_2 را قبل از برخورد و بعد از برخورد محاسبه کنید و تحقیق کنید که آیا مجموع انرژی جنبشی آنها قبل از برخورد با مجموع انرژی جنبشی آنها بعد از برخورد مساوی است یا نه؟ خطای نسبی در محاسبه انرژی جنبشی اجسام فوق را قبل و بعد از برخورد حساب کنید.