

آزمایش 4: تحقیق قانون هوک (حالت ایستا و پویا)

تئوری آزمایش:

یک جسم کشسان مانند فنر به جسمی گفته می شود که با برداشتن نیروی خارجی اندازه و شکل اولیه خود را بازیابد. هنگامیکه یک نیروی خارجی به جسمی اعمال شود، قسمتهای مختلف جسم، جابجایی نسبی نسبت به وضعیت اصلی خود دارند. ذرات جا به جا شده سعی دارند که به موقعیت اولیه خود بازگردند و جسم را به اندازه و شکل اولیه خود بازگردانند و بنابراین یک نیروی بازگرداننده R اعمال می کنند. (نیروی بازگرداننده اعمال شده بر واحد سطح از طرف ذرات داخلی یک جسم، تنش یا استرس نامیده میشود). مقدار نیروی R برابر با نیروی اعمال شده F و در جهت مخالف آن است. اولین بار رابرت هوک دریافت که نیروی اعمال شده به یک فنر سبب افزایش طولی به اندازه x در فنر می شود که بطور مستقیم با مقدار نیروی F اعمال شده بستگی دارد. بنابراین قانون هوک (حالت ایستایی) به شکل زیر نوشته می شود:

$$F = kx$$

که در آن k ثابت تناسب است که به جنس (نوع) ماده جسم بستگی دارد و به ثابت فنر موسوم است.

اگر جسمی به جرم m را به فنر وصل کرده باشیم و جابه جایی x فنر نسبت به وضعیت تعادلش فقط در اثر نیروی وزن این جرم باشد (و غیر از این نیروی دیگری باعث کشیدگی فنر نشود) در این صورت $F = mg$ و بنابر این:

$$mg = kx \quad \rightarrow \quad x = \frac{g}{k}m$$

البته قانون هوک فقط محدود به فنر مارپیچ نیست بلکه در مورد هر جسم یا محیط کشسانی کاربرد دارد. افزایش طول یک فنر متناسب با نیروی به کار رفته است تا زمانی که این نیرو از حد معینی تجاوز نکند. با برداشتن نیروی اعمال شده از روی فنر، فنر حالت اولیه خود را باز می یابد (یعنی از قانون هوک پیروی می کند). این نیروی حدی که فنر برای مقادیر کمتر از آن، اندازه اولیه خود را باز می یابد «حد کشسانی» می گویند. وقتی که نیرو بیشتر از حالت کشسانی گردد با برداشتن نیرو، فنر دیگر نمی تواند اندازه و شکل اولیه خود را بازیابد؛ بلکه افزایش طول دائمی در آن به وجود می آید. با افزایش نیرو به مقادیر بیشتر، فنر بیشتر و بیشتر کشیده تر شده و سرانجام پاره می شود. نیرویی که سبب پاره شدن آن می گردد وزنه گسیختگی (Breaking Weight) نامیده می شود.

وسایل لازم برای انجام آزمایش:

فنر مارپیچ، پایه نگهدارنده فنر، کفه، وزنه های مختلف، کورنومتر، ترازو

روش انجام آزمایش:

مرحله اول: قانون هوک حالت ایستا

ابتدا فنر را از پایه آویزان کرده و کفه را نیز به فنر وصل کنید. موقعیت اولیه کفه (وضعیت تعادل کفه و فنر) را که برحسب میلیمتر می خوانید x_0 بنامید. (برای اندازه گیری x_0 می توانید به طور عمودی بر آینه ای که روی آن بر حسب میلیمتر مدرج شده است و از آن به عنوان خط کش استفاده می کنید نگاه کنید به نحوی که کفه و تصویر آن را منطبق بر هم ببینید در این صورت فاصله سطح پایینی تصویر کفه از صفر خط کش مساوی با x_0 خواهد بود.) سپس جرمهای مختلفی 20 و 40 و... گرمی بر روی کفه اضافه کنید و هر بار افزایش طول حادث شده x_i برای جرمهای m_i متناظر آن را از روی خط کش یادداشت نمایید. افزایش طول x مساوی است با x_i منهای x_0 . برای 6 وزنه مختلف این عمل را تکرار کنید و جدول زیر را کامل کنید.

m	
x	

سپس از روی جدول فوق منحنی تغییرات x را برحسب m روی کاغذ میلیمتری ترسیم نمایید. آیا قانون هوک در مورد داده های شما صادق است؟ چرا؟

حال با استفاده از شیب خط رگرسیون مقدار $\frac{g}{k}$ را محاسبه کنید.

ب) قانون هوک (حالت پویا)

حرکت تناوبی: هر گاه شیئی کشسان تغییر شکل دهد، نیروهای بازگرداننده کشسانی ظاهر می شود، که متناسب با تغییر شکل شیء می باشد. وقتی که چنین جسمی رها شود، تحت تأثیر نیروی بازگرداننده، شروع به نوسان به جلو و عقب حول نقطه تعادل خود می کند.

دوره تناوب یک حرکت تناوبی که به صورت زمان یک رفت و برگشت کامل تعریف می شود معمولاً با T نمایش داده می شود.

اگر معادله حرکت نوسانگر جرم و فنر را به صورت:

$$(2) \quad R=ma=-kx$$

بنویسیم و چون شتاب با مشتق دوم جابجایی نسبت به زمان تعریف می شود یعنی:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

بنابراین معادله حرکت سیستم جرم فنر را به صورت زیر می توان نوشت:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (3)$$

معادله (3) یک معادله دیفرانسیل است که توصیف کننده حرکت نوسانی می باشد.

با مراجعه به کتابهای فیزیک و حل این معادله، دوره تناوب حرکت نوسانی جرم m متصل به فنر k از رابطه زیر به دست می آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m \quad (4)$$

از رابطه (4) پیداست که منحنی تغییرات مجذور زمان تناوب بر حسب جرم m به صورت خطی است با شیب $\frac{4\pi^2}{k}$.

روش آزمایش: ابتدا جرم کفه را با ترازو تعیین کنید، سپس کفه را به انتهای فنر آویخته و جرم مناسبی را مثلاً 80 گرم روی کفه قرار دهید. حال کفه و جرم را اندکی تقریباً 1cm نسبت به وضعیت تعادل به پایین کشیده و رها سازید و با کورنومتر زمان 20 نوسان کامل فنر و جرم را اندازه گیری و حداقل سه بار این کار را برای جرم 80 گرمی تکرار کنید. از این سه بار اندازه گیری میانگین 20 نوسان کامل را بدست آورید و بر عدد 20 تقسیم کنید تا دوره تناوب برای 80 گرم بدست آید. این کار را برای حداقل شش جرم مختلف تکرار کنید و زمان تناوب را در هر مرحله بدست آورده و در جدولی مناسب یادداشت کنید. آنگاه منحنی تغییرات T^2 بر حسب جرم m را روی کاغذ میلیمتری رسم نموده و نیز معادله خط رگرسیون را بدست آورده و شیب خط بدست

آمده را مساوی با $\frac{4\pi^2}{k}$ بگیرید و از آنجا k را محاسبه کنید. و با ترکیب شیبهای خطوط حالت ایستا و پویا شتاب جاذبه g و خطای نسبی آن را پیدا کنید.

پرسشها:

- (1) چگونه می توان جرم نامعلومی را از روش فوق تعیین کرد؟
- (2) چرا برای جرم مشخصی، این جرم علاوه بر حرکت نوسانی قایم، حرکت آونگی نیز نشان می دهد؟

- (3) در آزمایش حالت پویا زمان تناوب از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می آید که در آن m به طور دقیق تر عبارت است از:

$$m = m_I (\text{جرم اضافه شده}) + m_0 (\text{جرم کفه}) + c\ddot{m} (\text{جرم فنر})$$

نشان دهید که از منحنی تغییرات T^2 بر حسب جرم اضافه شده در کفه ضریب ثابت C نیز به دست می آید.

- (4) معادله (3) را از طریق ریاضی و با توجه به شرایط اولیه در $t=0$ و $x=A$ حل کنید؟